

Módulo 8

Métodos de Ordenação

Algoritmos e Estruturas de Dados II

C++

(Rone Ilídio)

Métodos de Ordenação

- Inserção *
- Seleção *
- Bolha
- Quicksort *
- Heapsort
- Mergesort *

Animações

<http://math.hws.edu/TMCM/java/xSortLab/index.html>

Inserção

```
void insercao(int n, int v[]){  
    int i, j, temp;  
    for (j=1; j<n; j++){  
        temp = v[j];  
        for(i=j-1; i >=0 && v[i]>temp; i--){  
            v[i+1] = v[i];  
        }  
        v[i+1] = temp;  
    }  
}
```

Inserção

8-3-5-4-2-1

8- -5-4-2-1 temp=3

-8-5-4-2-1 temp=3

3-8-5-4-2-1 insere o 3

3-8-5-4-2-1 temp = 5

3-8- -4-2-1 temp = 5

3- -8-4-2-1 temp = 5

3-5-8-4-2-1 insere o 5

3-5-8-4-2-1 temp=4

3-5-8- -2-1 temp=4

3-5- -8-2-1 temp=4

3- -5-8-2-1 temp=4

3-4-5-8-2-1 temp=4

...

Inserção

- Complexidade de tempo
 - Pior caso = vetor ordenado em ordem inversa
- Em relação ao número de comparações

$v[i] > x$:

- $1 + 2 + \dots + (j-1)$

- PA: $n = j-1, a_1=1, n_a=j-1$

- $S_n = (n (a_1+n_a)) / 2$

- $f(n) = ((j-1)(1 + j-1))/2$

$$f(n) = (j(j-1))/2 ==> O(j^2) \text{ ou } O(n^2)$$

Inserção

- Melhor caso $\rightarrow$ Vetor ordenado
 - Executará $j-1$ comparações
 - O for interior só executará uma vez
 - O for exterior executará $n-1$ vezes
 - $f(n) = n-1 \rightarrow O(n)$

Seleção

- Mais simples
- Na primeira iteração o menor elemento é colocado na posição 0
- Na segunda, o segundo maior é colocado na posição 1
- ...
- O maior elemento é colocado na posição $n-1$

Seleção

```
void selecao(int n, int v[]){  
    for (int a=0; a<n-1; a++)  
        for(int b=0; b<n; b++)  
            if(v[a] > v[b]){  
                int aux = v[a];  
                v[a] = v[b];  
                v[b] = aux;  
            }  
    }  
}
```

Seleção

Complexidade de tempo

– Pior caso = Melhor caso

Em relação ao número de comparações $v[a] > v[b]$:

$$1 + 2 + \dots + (n-1)$$

$$PA: n = j-1, a1=1, na=j-1$$

$$S_n = (n (a1+na)) / 2$$

$$f(n) = ((n-1)(1 + n-1))/2$$

$$f(n) = (n(n-1))/2 ==> O(n^2)$$

Quicksort

- Considerado o mais rápido
- Método
 - Escolhe um elemento como pivô
 - Elementos menores que o pivô vão para a esquerda
 - Elementos maiores que o pivô vão para a direita
 - Posiciona o pivô entre esses conjuntos de elementos
 - Repete a operação duas vezes: para os elementos menores que o pivô e para os elementos maiores que o pivô

Quicksort

- Necessita de duas funções
 - Separa:
 - Escolhe um pivô
 - Os menores que o pivô vão para a esquerda
 - Os maiores vão para a direita
 - O pivô fica entre esses dois grupos
 - Retorna a posição (j) onde encontra-se o pivô
 - Quicksort
 - Chama *separa* para o vetor inteiro e obtém j
 - Chama recursivamente quicksort de 0 a $(j-1)$ e de $(j+1)$ a $n-1$

Quicksort

```
int separa(int p, int r, int v[]){  
    int c, j, k, t;  
    c = v[r];    j=p;  
    for(k=p; k<r; k++){  
        if(v[k] <= c){  
            t=v[j]; v[j]=v[k]; v[k]=t;  
            j++;  
        }  
    }  
    v[r] = v[j]; v[j]=c;  
    return j;  
}
```

Quicksort

```
void quicksort(int p, int r, int v[]){  
    int j;  
    if (p<r){  
        j = separa(p,r,v);  
        quicksort(p,j-1,v);  
        quicksort(j+1,r,v);  
    }  
}
```

- Obs: primeira chamada --> quicksort(0, n-1, v)

Quicksort

- Bom exemplo: 8 2 7 4 5
- Complexidade: depende da escolha do pivô
 - Pior caso: n^2 - vetor ordenado
 - Melhor caso: $n (\log_2 n)$ – sempre o elemento do meio
 - Caso médio- $n (\log_2 n)$

Mergesort

- Dividir para conquistar
- Ideia básica:
 - fácil criar uma sequência ordenada a partir de duas outras também ordenadas
- Funcionamento
 - divide a sequência original em duas parte
 - agrupa em sequências de quatro elementos
 - executa até que as sequencias tenham dois elementos → ordena
 - Une as sequencias duas a duas até formar um único vetor

```
void intercala(int p, int q, int r, int v[]){  
    int i, j, k, *w;  
    w = new int[r-p]; //Vetor temporário  
    i = p; j= q; k = 0;  
    while(i<q && j<r){  
        if(v[i] <= v[j]) w[k++] = v[i++];  
        else w[k++] = v[j++];  
    }  
    while (i<q) w[k++] = v[i++];  
    while (j<r) w[k++] = v[j++];  
    for(i = p; i<r; i++) v[i] = w[i-p];  
}
```

```
void mergesort(int p, int r, int v[]){  
    if(p<r-1){  
        int q = (p+r)/2;  
        mergesort(p,q,v);  
        mergesort(q,r,v);  
        intercala(p,q,r,v);  
    }  
}
```

Obs: chamada mergesort(0,tam,v);
onde tam é o tamanho de v

Mergesort

8	2	7	1	3	5	6	4										- inicial
8	2	7	1			3	5	6	4								- 2 partes
8	2			7	1			3	5			6	4				- 4 partes
8		2		7		1		3		5		6		4			- 8 partes

ordena cada uma das partes

2	8		1	7			3	5			4	6	-
1	2	7	8				3	4	5	6			- intercala
1	2	3	5	6	7	8							- intercala

Mergesort

- Exemplo: Para um vetor de 8 elementos

Mergesort(0,4) Mergesort(4,8)

Mergesort(0,2) Mergesort(2,4) Mergesort(4,6) Mergesort(6,8)

- Intercala(0,2,4) Intercala(4,6,8)
- Intercala(0,4,8)

Mergesort – Intercalação de vetores

- Definição do problema:
 - Dado um vetor $v[p \dots r-1]$
 - Os sub-vetores são ordenados: $v[p \dots q-1]$ e $v[q \dots r-1]$
- Arranjar o vetor v tal que ele fique totalmente ordenado

p					q-1	q				r-1
1	3	5	5	7	9	9	2	4	7	8

Mergesort

- Complexidade
 - $n \log n$ comparações para todos os casos
- Obs: na prática ele é um pouco mais lento que o Quicksort pois ele utiliza um vetor auxiliar e o acesso a ele deixa-o mais lento